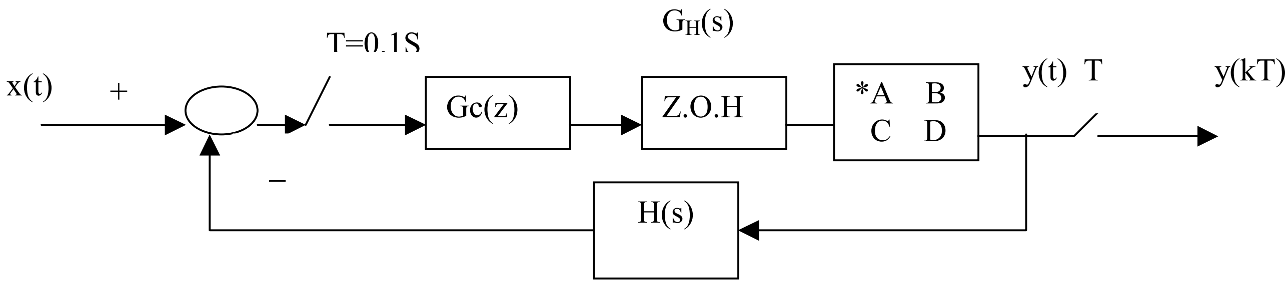
1. Θεωρούμε το κλειστό σύστημα του σχήματος:



Όπου:

$$* \; G(s) = \left\{ A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -5 & -2 & -3 \end{bmatrix} \quad \mathrm{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathrm{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 2 \end{bmatrix} \quad \mathrm{D} = 0 \right\}$$

Να γίνει πρόγραμμα σε MATLAB όπου:

α)Για $G_c(z) = 1$ και H(s) = 1 , να σχεδιάζονται το διάγραμμα του Γ.Τ.Ρ της Χ.Ε. , οι αποκρίσεις μοναδιαίας κρούσης , ράμπας και βαθμίδας , το διάγραμμα απόκρισης συχνότητας του συστήματος και το πολικό διάγραμμα Nyquist.

β)Επαναλάβετε για $G_c(z) = (z+0.5)/(z-0.5)$. Πως συμπεριφέρεται το σύστημα μετά την είσοδο του ελεγκτή; (Δικαιολογήστε τις παρατηρήσεις σας).

γ)Να μελετηθεί γραφικά η ευστάθεια του συστήματος με και χωρίς τον ελεγκτή με τα διαγράμματα Bode και Nyquist.

δ)Για μοναδιαία ανατροφοδότηση μελετήστε την ελεγξιμότητα και την παρατηρησιμότητα του κλειστού συστήματος.

ε)Για $G_c(z) = 1$ και H(s) = 10/s να σχεδιαστεί η απόκριση μοναδιαίας βαθμίδας του συστήματος , καθώς και η απόκριση για είσοδο x(k)= $(-0.5)^k$.

(α) & (β)

- **<u>ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΕΥΡΕΣΗ ΤΗΣ G(s) ΑΠΟ ΠΙΝΑΚΕΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ</u>**

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1\\ -5 & -2 & -3\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix},\quad C=\begin{bmatrix}1 & 0.5 & 2\end{bmatrix},\quad D=0$$

Ισχύει:

$$\mathbf{G(s)=C(sI\text{-}A)^{-1}B+D}$$

$$sI-A=\begin{bmatrix}s & -1 & 0\\ -1 & s & -1\\ 5 & 2 & s+3\end{bmatrix}$$

$$|sI-A|=\begin{vmatrix}s & -1 & 0\\ -1 & s & -1\\ 5 & 2 & s+3\end{vmatrix}=s\begin{vmatrix}s & -1\\ 2 & s+3\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}-1 & -1\\ 5 & s+3\end{vmatrix}\Rightarrow$$

$$|sI-A|=s[s(s+3)+2]+(-s-3+5)=s(s^2+3s+2)+(2-5)\Rightarrow$$

$$|sI-A|=s^3+3s^2+s+2$$

$$\mathrm{adj}(sI-A)=\begin{bmatrix}+\begin{vmatrix}s & -1\\ 2 & s+3\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}-1 & 0\\ 2 & s+3\end{vmatrix} & +\begin{vmatrix}-1 & 0\\ s & -1\end{vmatrix}\\ -\begin{vmatrix}-1 & -1\\ 5 & s+3\end{vmatrix} & +\begin{vmatrix}s & 0\\ 5 & s+3\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}s & 0\\ -1 & -1\end{vmatrix}\\ +\begin{vmatrix}-1 & s\\ 5 & 2\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}s & -1\\ 5 & 2\end{vmatrix} & +\begin{vmatrix}s & -1\\ -1 & s\end{vmatrix}\end{bmatrix}\Rightarrow$$

$$\mathrm{adj}(sI-A)=\begin{bmatrix}s^2+3s+2 & -(-s-3) & +(-1)\\ -(-s-3+5) & +(s^2+3s) & -(-5)\\ (-2-5s) & -(2s+5) & (s^2-1)\end{bmatrix}\Rightarrow$$

$$\mathrm{adj}(sI-A)=\begin{bmatrix}s^2+3s+2 & s+3 & 1\\ s-2 & s^2+3s & s\\ -2-5s & -2s-5 & s^2-1\end{bmatrix}$$

Άρα:

$$(sI-A)^{-1}=\frac{1}{|sI-A|}\cdot adj(sI-A)=\frac{1}{s^3+3s^2+s+2}\begin{bmatrix} s^2+3s+2 & s+3 & 1 \\ s-2 & s^2+3s & s \\ -2-5s & -2s-5 & s^2-1 \end{bmatrix}$$

$$C(sI-A)^{-1}=[1 \quad 0.5 \quad 2]\cdot\frac{1}{s^3+3s^2+s+2}\begin{bmatrix} s^2+3s+2 & s+3 & 1 \\ s-2 & s^2+3s & s \\ -2-5s & -2s-5 & s^2-1 \end{bmatrix}\Rightarrow$$

$$C(sI-A)^{-1}=\frac{1}{s^3+3s^2+s+2}\left[(s^2+3s+2)+0.5(s-2)+2(-2-5s) \quad (s+3)+0.5(s^2+3s)+2(-2s-5) \quad 1+0.5s+2(s^2-1)\right]$$

$$\Rightarrow C(sI-A)^{-1}=\frac{1}{s^3+3s^2+s+2}\left[s^2-6.5s-3 \quad 0.5s^2-1.5s-7 \quad 2s^2+0.5s-1\right]$$

Άρα τελικά:

$$G(s)=C(sI-A)^{-1}B+D=\frac{1}{s^3+3s^2+s+2}\left[s^2-6.5s-3 \quad 0.5s^2-1.5s-7 \quad 2s^2+0.5s-1\right]\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}\Rightarrow$$

$$G(s)=\frac{1}{s^3+3s^2+s+2}\left[0+0+2s^2+0.5s-1\right]\Rightarrow$$

$$G(s)=\frac{2s^2+0.5s-1}{s^3+3s^2+s+2}$$

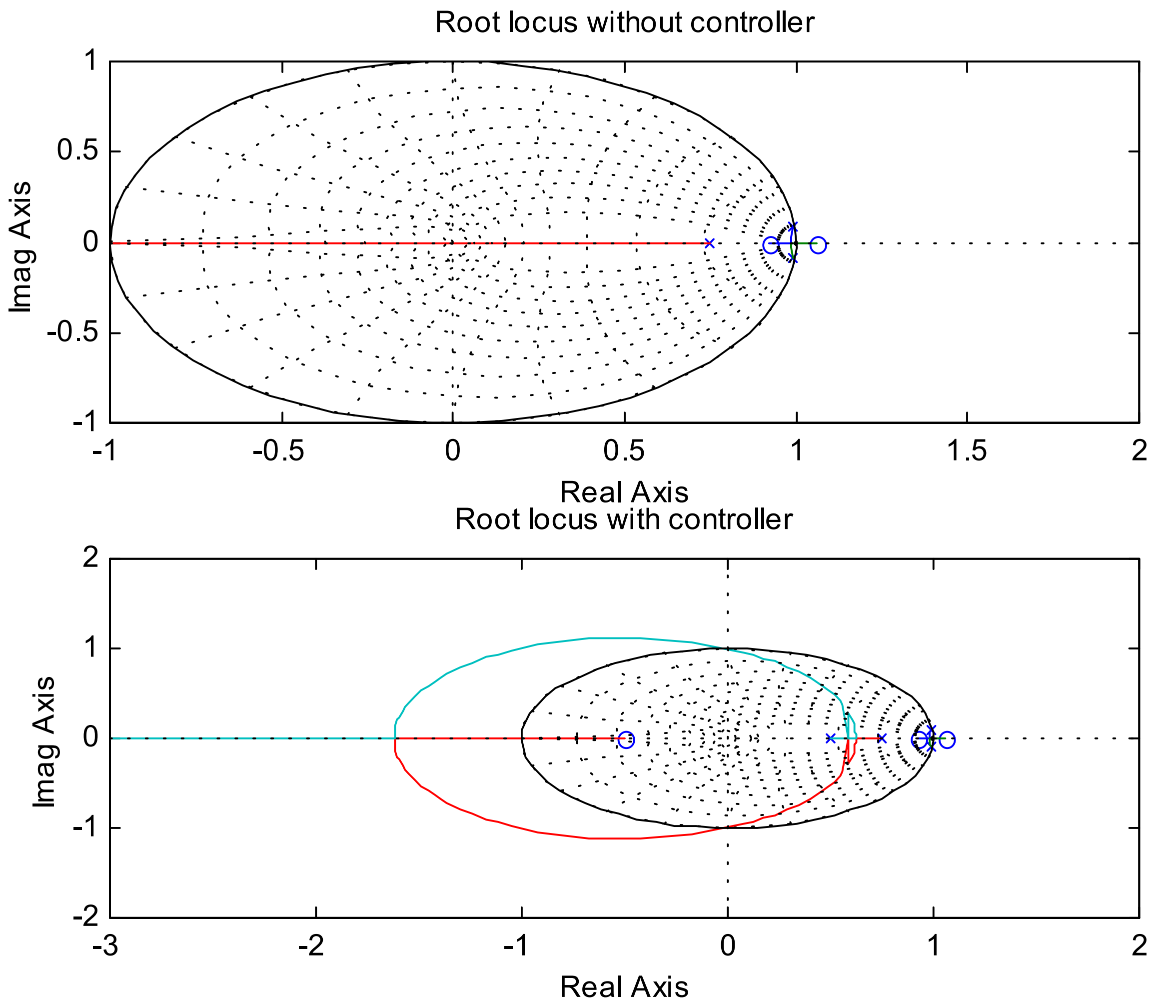
Τα ερωτήματα (α) & (β) θα απαντηθούν ταυτόχρονα έτσι ώστε να φαίνονται οι διαφορές στο σύστημά μας με και χωρίς ελεγκτή.
Παρακάτω παραθέτουμε το πρόγραμμα σε MATLAB με διάφορα σχόλια:

- **<u>Εισαγωγή της G(s) και μετατροπή αυτής σε διακριτή μορφή, Gc(z)</u>**

```
A=[0 1 0;1 0 1;-5 -2 -3];
B=[0;0;1];
C=[1 0.5 2];
D=0;
[numg,deng]=ss2tf(A,B,C,D);
printsys(numg,deng)
pause
num/den =

     2 s^2 + 0.5 s - 1
   ---------------------
   s^3 + 3 s^2 + 1 s + 2

[numd,dend]=c2dm(numg,deng,0.1,'zoh');
printsys(numd,dend,'z')
pause
num/den =

      0.1746 z^2 - 0.34579 z + 0.17033
   -----------------------------------
   z^3 - 2.7313 z^2 + 2.4738 z - 0.74082

[numcl,dencl]=cloop(numd,dend);
printsys(numcl,dencl)
pause
num/den =

     0.1746 s^2 - 0.34579 s + 0.17033
   ----------------------------------
   s^3 - 2.5567 s^2 + 2.128 s - 0.57049

numc=[1 0.5];
denc=[1 -0.5];
numgc=conv(numd,numc);
dengc=conv(dend,denc);
[numgccl,dengccl]=cloop(numgc,dengc);
printsys(numgccl,dengccl)
pause
num/den =

  0.1746 s^3 - 0.25849 s^2 - 0.0025645 s + 0.085165
  -------------------------------------------------
  s^4 - 3.0567 s^3 + 3.581 s^2 - 1.9803 s + 0.45557
```

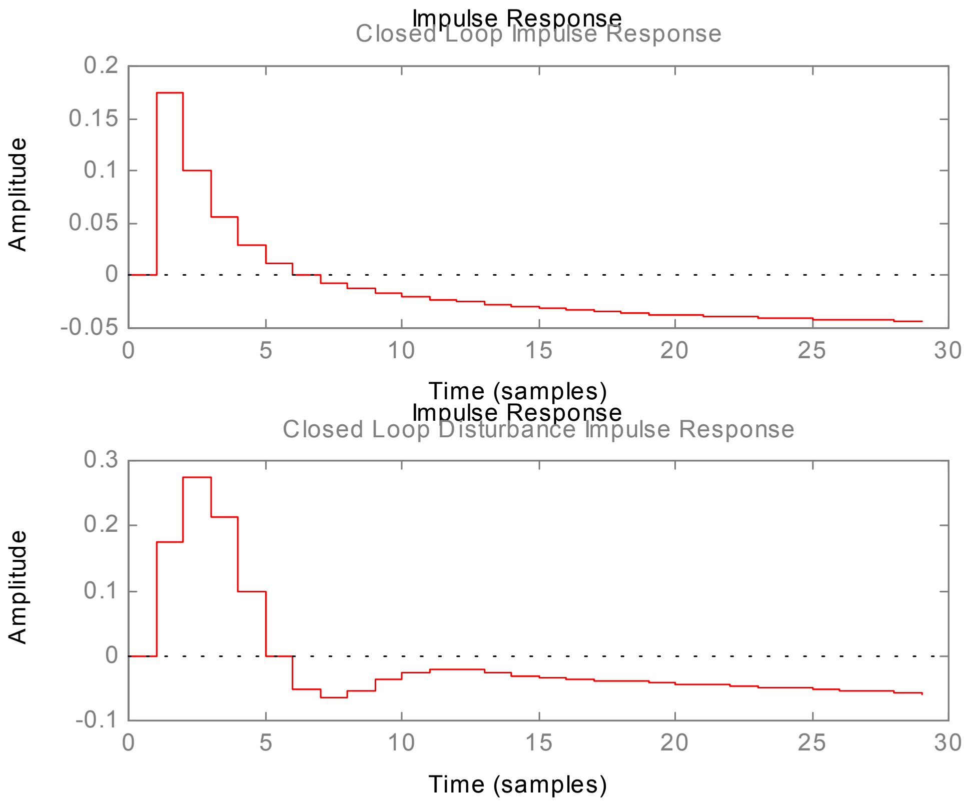
- **ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΤΟΠΟΥ ΡΙΖΩΝ**

```
%Root locus diagrams
subplot(2,1,1);
rlocus(numd,dend);
zgrid;
title('Root locus without controller');

subplot(2,1,2);
rlocus(numgc,dengc);
zgrid;
title('Root locus with controller');

pause
```



- **<u>ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΜΟΝΑΔΙΑΙΑΣ ΚΡΟΥΣΗΣ</u>**

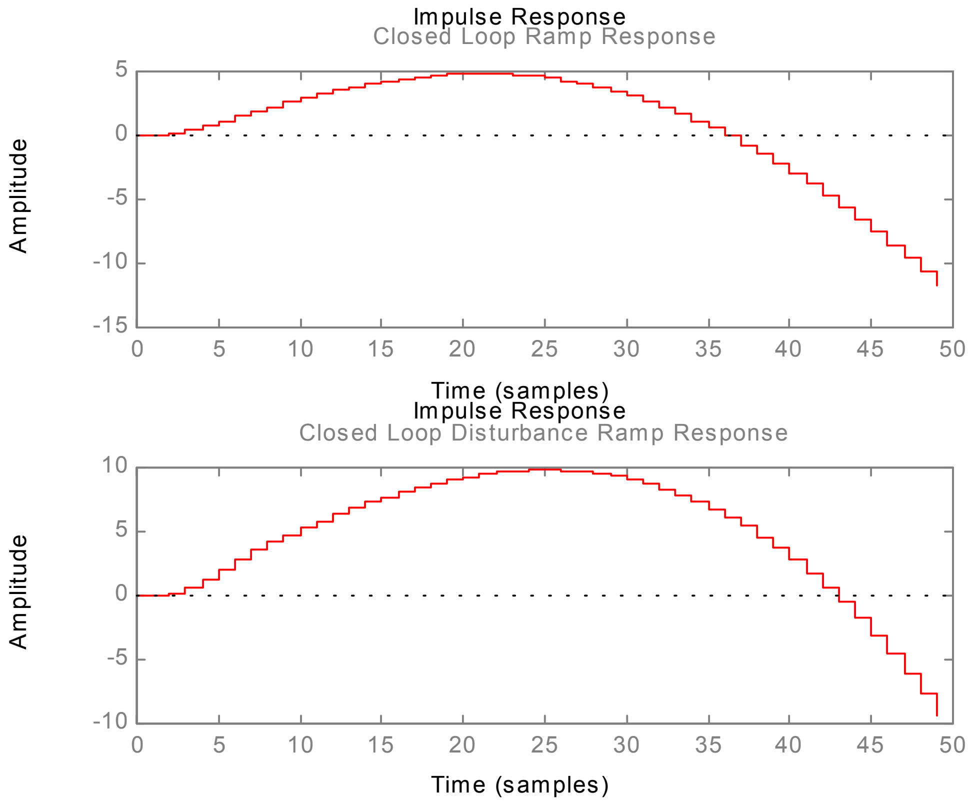
```
%Impulse Response
subplot(2,1,1);
dimpulse(numcl,dencl,30);
title('Closed Loop Impulse Response');

subplot(2,1,2);
dimpulse(numgccl,dengccl,30);
title('Closed Loop Disturbance Impulse Response');

pause
close
```



- **ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΡΑΜΠΑΣ**

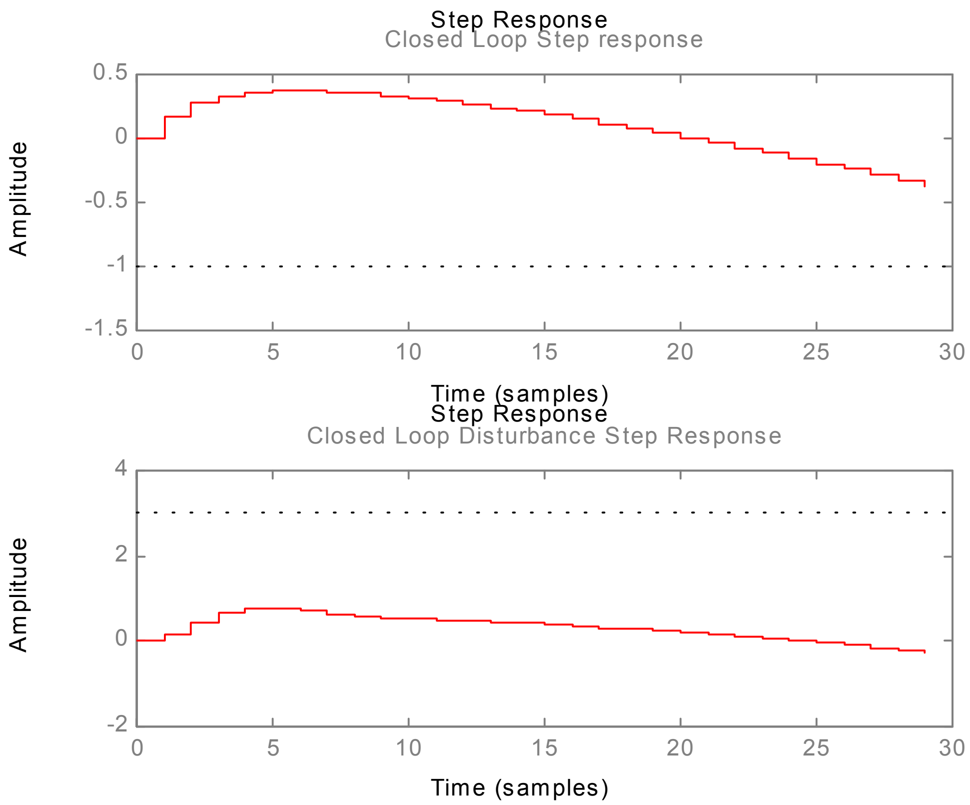
Η συνάρτηση ράμπας είναι η **x(t)=t** και έχει μετασχηματισμό z : **$X(z)=Z/(Z-1)^2$**
Οπότε για να βρώ την απόκριση πολλαπλασιάζω την ΣΜ κλειστού βρόχου(την ολική) με $Z/(Z-1)^2$ και βάζω είσοδο κρουστική που δίνει μονάδα στο πεδίο z.
Έτσι το πρόγραμμά μας εχει ως εξής:

```
%Ramp Response
num1=[0 1 0];
den1=[1 -2 1];
numr1=conv(num1,numcl);
denr1=conv(den1,dencl);

numr2=conv(num1,numgccl);
denr2=conv(den1,dengccl);


subplot(2,1,1);
dimpulse(numr1,denr1,50);
title('Closed Loop Ramp Response');

subplot(2,1,2);
dimpulse(numr2,denr2,50);
title('Closed Loop Disturbance Ramp Response');

pause
close
```



- **<u>ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΒΑΘΜΙΔΑΣ</u>**

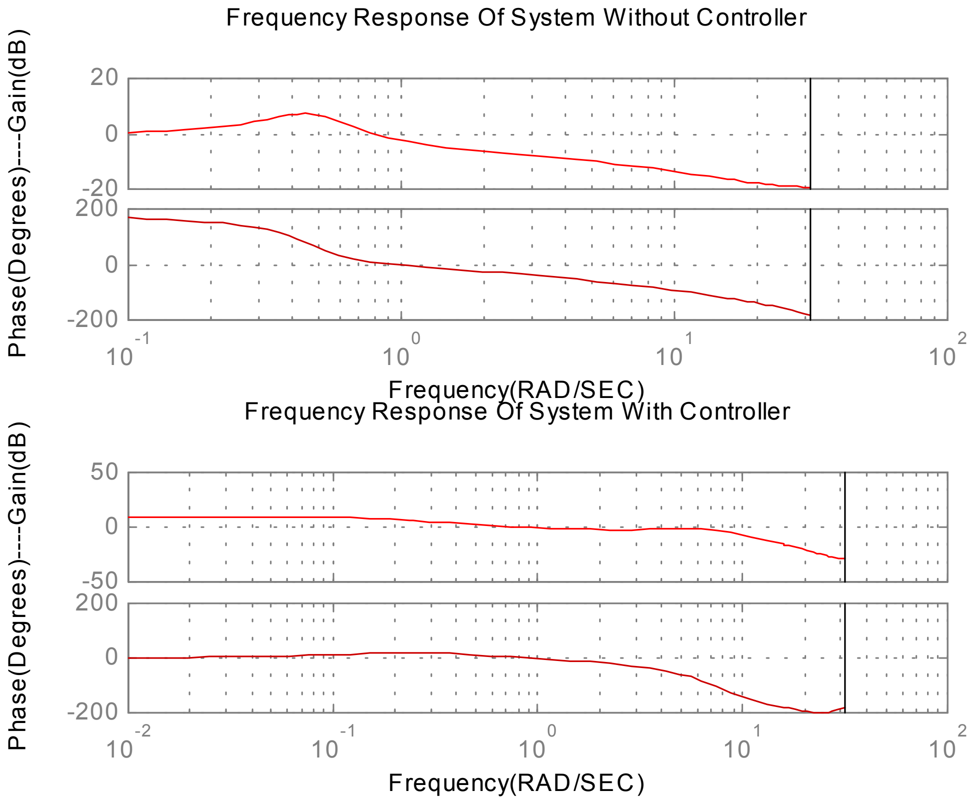
```
%Step Response
subplot(2,1,1);
dstep(numcl,dencl,30);
title('Closed Loop Step response');

subplot(2,1,2);
dstep(numgccl,dengccl,30);
title('Closed Loop Disturbance Step Response');

pause
close
```



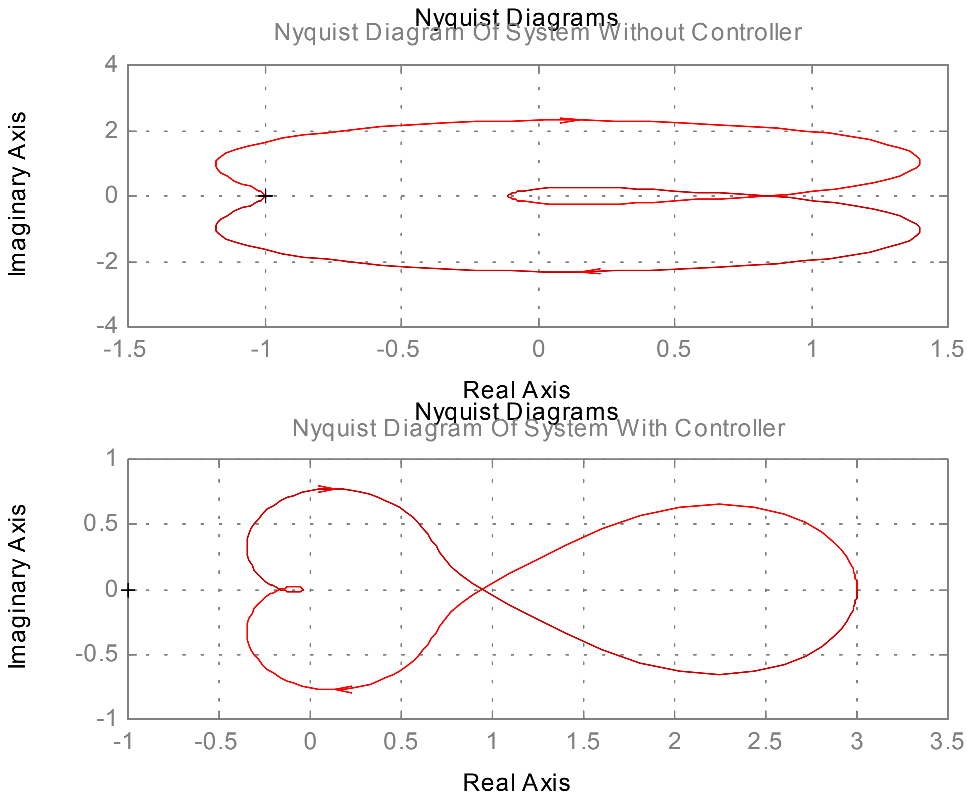
- **<u>ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ(BODE)</u>**

```
%Frequency Response(BODE)
subplot(2,1,1);
dbode(numcl,dencl,0.1);
xlabel('Frequency(RAD/SEC)');
ylabel('Phase(Degrees)----Gain(dB)');
title('Frequency Response Of System Without Controller');

subplot(2,1,2);
dbode(numgccl,dengccl,0.1);
xlabel('Frequency(RAD/SEC)');
ylabel('Phase(Degrees)----Gain(dB)');
title('Frequency Response Of System With Controller');

pause
```

```
close
```



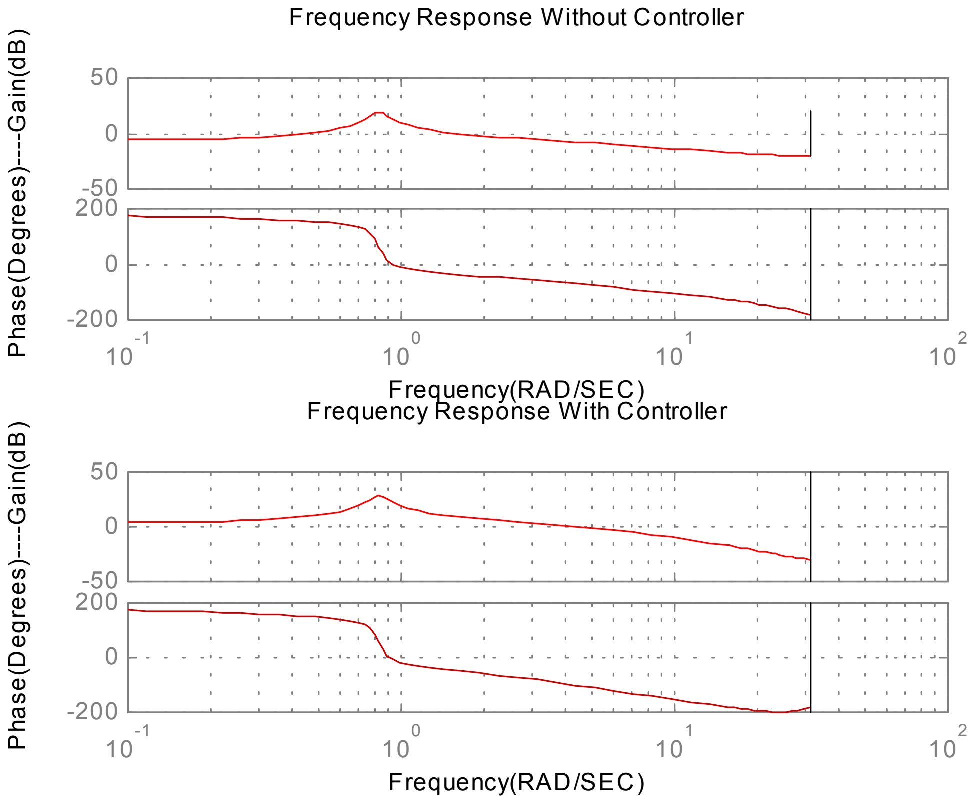

```
%Nyquist Diagram
subplot(2,1,1);
dnyquist(numcl,dencl,0.1);
grid;
title('Nyquist Diagram Of System Without Controller');

subplot(2,1,2);
dnyquist(numgccl,dengccl,0.1);
grid;
title('Nyquist Diagram Of System With Controller');
pause
close
```



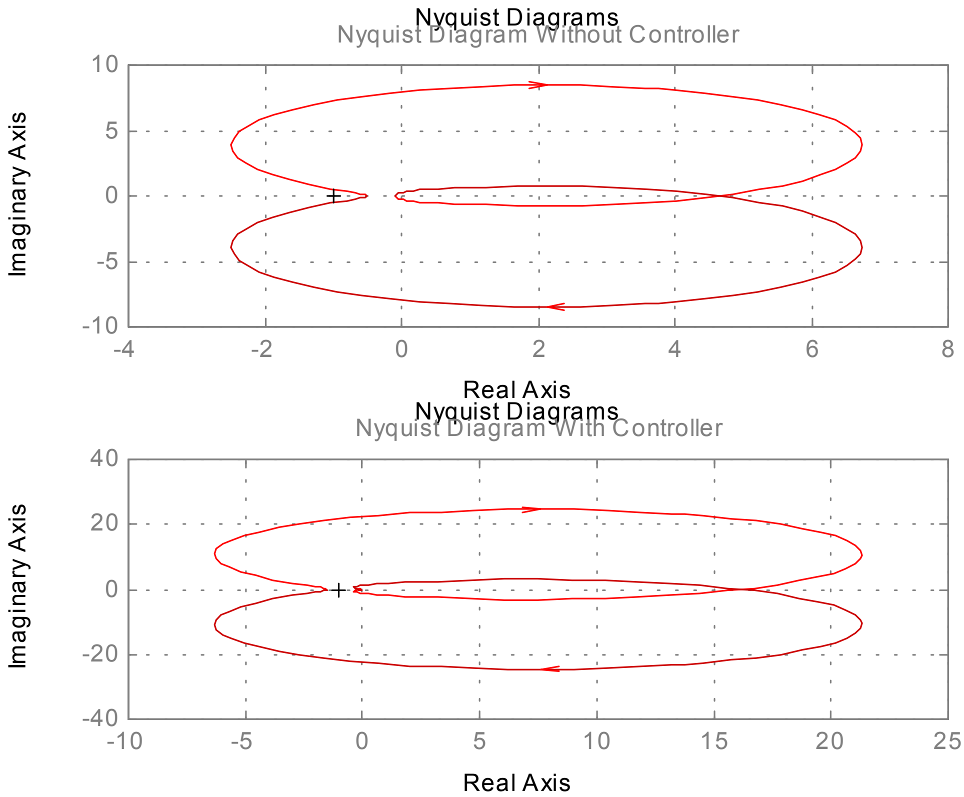
(γ)

```
%Stability of System
%Bode Diagram
subplot(2,1,1);
dbode(numd,dend,0.1);
xlabel('Frequency(RAD/SEC)');
ylabel('Phase(Degrees)----Gain(dB)');
title('Frequency Response Of System Without Controller');

subplot(2,1,2);
dbode(numgc,dengc,0.1);
xlabel('Frequency(RAD/SEC)');
ylabel('Phase(Degrees)----Gain(dB)');
title('Frequency Response Of System With Controller');
```

```
pause
close
```




```
%Nyquist Diagram
subplot(2,1,1);
dnyquist(numd,dend,0.1);
grid;
title('Nyquist Diagram Without Controller');

subplot(2,1,2);
dnyquist(numgc,dengc,0.1);
grid;
title('Nyquist Diagram With Controller');


pause
close
```



Παρατηρούμε ότι δίχως τον ελεγκτή το σύστημα είναι ευσταθές ενώ με τον ελεγκτή το σύστημα είναι οριακά ευσταθές.

Αναλυτικότερα όμως αυτό φαίνεται από τα διαγράμματα Bode & Nyquist

Bode:

Εδώ για να ελέγξουμε την ευστάθεια ελέγχουμε το πρόσημο του κέρδους για $\varphi=-180^{o}$, έτσι

Για την πρώτη περίπτωση **δίχως ελεγκτή**: **20log|GoHo|<0**, άρα έχουμε **ευστάθεια**

Για την δεύτερη περίπτωση **με ελεγκτή**: **20log|GoHo|<0**, αλλά κοντά στο 0,άρα έχουμε **οριακή ευστάθεια**

Nyquist:

Στην πρώτη περίπτωση **χωρίς τον ελεγκτή** παρατηρούμε ότι το γράφημα δεν περιέχει το σημείο –1+0j, πράγμα που μας υποδηλώνει ότι το σύστημα είναι **ευσταθές**.

Στην δεύτερη περίπτωση όπου έχουμε και τον **ελεγκτή** παρατηρούμε ότι το γράφημα περνάει οριακά το σημείο –1+0j, πράγμα που μας υποδηλώνει ότι το σύστημα είναι **ευσταθές**.

Παρατηρούμε πως και με τα δύο κριτήρια καταλήγουμε στα ίδια συμπεράσματα.

(δ)

Η ελεγξιμότητα και παρατηρησιμότητα ελέγχονται με το παρακάτω πρόγραμμα MATLAB:

```
%Controllability-Observability
[Acl,Bcl,Ccl,Dcl]=tf2ss(numcl,dencl);
c1=rank(ctrb(Acl,Bcl));
o1=rank(obsv(Acl,Ccl));

if c1>=length(Acl)
   disp('The System Is Controllable');
else
   disp('The System Is Not Controllable');
```

```
end
pause
```

The System Is Controllable

```
if o1>=length(Acl)
   disp('The System Is Observable');
else
   disp('The System Is Not Observable');
end
pause
```

The System Is Observable

```
[Agccl,Bgccl,Cgccl,Dgccl]=tf2ss(numgccl,dengccl);
c2=rank(ctrb(Agccl,Bgccl));
o2=rank(obsv(Agccl,Cgccl));

if c2>=length(Acl)
   disp('The System Is Controllable');
else
   disp('The System Is Not Controllable');
end
pause
```

The System Is Controllable

```
if o2>=length(Acl)
   disp('The System Is Observable');
else
   disp('The System Is Not Observable');
end
pause
```

The System Is Observable

(ε)

Παρακάτω έχουμε το πρόγραμμα σε MATLAB όπου παίρνουμε το διάγραμμα της μοναδιαίας απόκρισης και της απόκρισης για είσοδο: $\mathbf{x(t)=(-0.5)^t}$ του συστήματος για Gc(z)=1 & H(s)=10/s.

Ο υπολογισμός της απόκρισης στην πρώτη περίπτωση είναι εύκολος, απλά κάνουμε χρήση της dstep, στη δεύτερη περίπτωση όμως χρησιμοποιούμε την dimpulse αφού πρώτα πολλαπλασιάσουμε την ΣΜ(την ολική) με **Z/(Z+0.5)** που είναι ο μετασχηματισμός Z της x(t).

Έτσι λοιπόν το πρόγραμμα σε MATLAB έχει ως εξής:

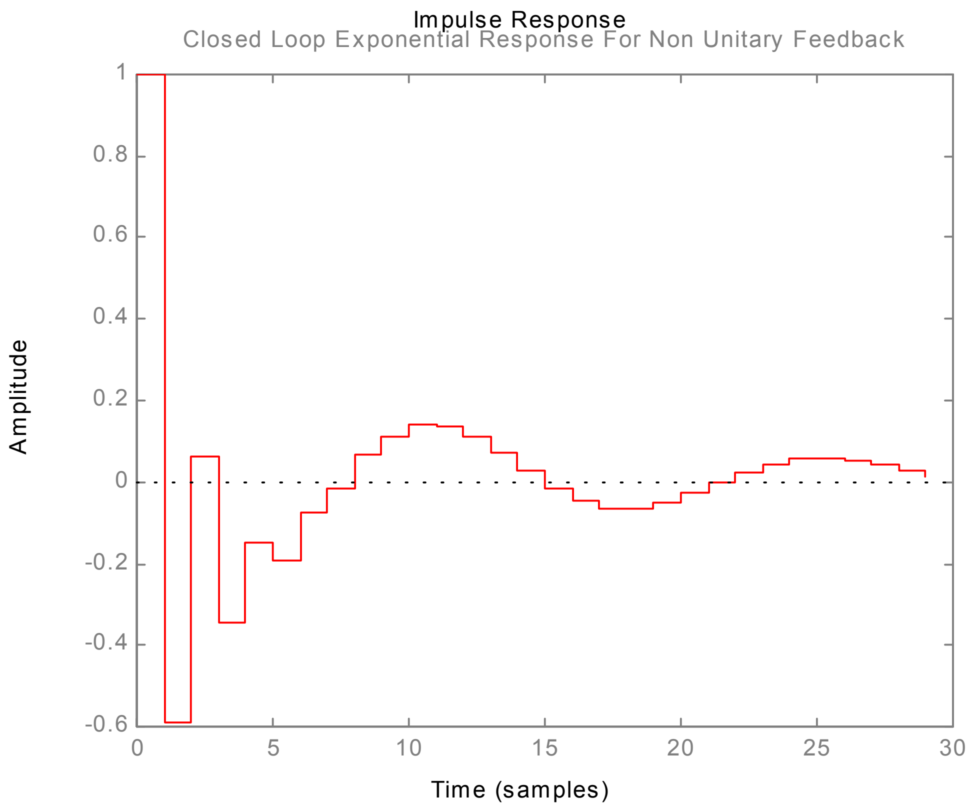
```
%Gc(z)=1 & H(s)=10/s

%Step Response
```

```
numh=[0 10];
denh=[1 0];
[numgh]=conv(numg,numh);
[dengh]=conv(deng,denh);
[numghd,denghd]=c2dm(numgh,dengh,0.1,'zoh');
[numgh1,dengh1]=feedback(1,1,numghd,denghd);
[numghol1]=conv(numgh1,numd);
[denghol1]=conv(dengh1,dend);
printsys(numghol1,denghol1,'z');
pause
```

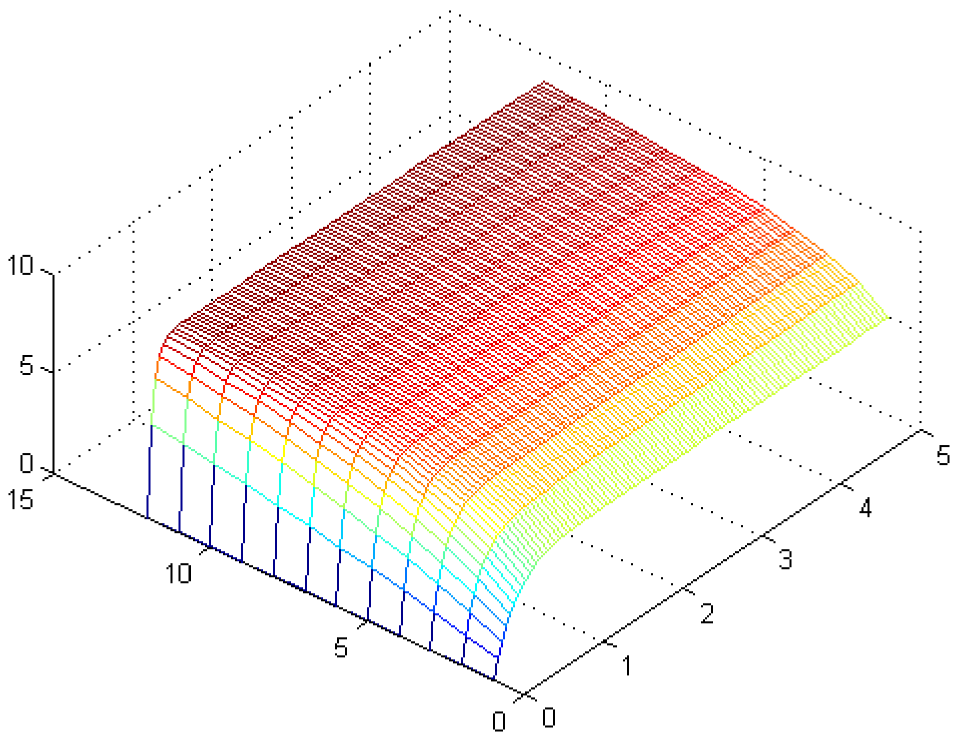
```
num/den =

   0.1746 z^6 - 0.99726 z^5 + 2.3694 z^4 - 2.9967 z^3 +
2.1275 z^2

   - 0.80372 z + 0.12618
   -------------------------------------------------------
-----------------
   z^7 - 6.3712 z^6 + 17.523 z^5 - 26.9861 z^4 + 25.1415
z^3 - 14.1697 z^2

   + 4.4716 z - 0.60905
```

```
dstep(numghol1,denghol1,50);
title('Closed Loop Step Response For Non Unitary
Feedback');

pause
close
```


```
%Exponential Response(x(t)=(-0.5)^t)
numexpd=[1 0];
denexpd=[1 0.5];
numghol2=conv(numgh1,numexpd);
denghol2=conv(dengh1,denexpd);
printsys(numghol2,denghol2,'z')
pause

num/den =

         z^5 - 3.7313 z^4 + 5.2051 z^3 - 3.2146 z^2 +
0.74082 z
   -------------------------------------------------------
-----------
   z^5 - 3.1399 z^4 + 3.2876 z^3 - 0.73686 z^2 - 0.82318
z + 0.41107

dimpulse(numghol2,denghol2,30);
title('Closed Loop Exponential Response For Non Unitary
Feedback');

pause
close
```


Impulse Response
Closed Loop Exponential Response For Non Unitary Feedback
Amplitude
Time (samples)
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
0
5
10
15
20
25
30

2.
(α)
```
t=[0:0.05:5];
number_of_tests=12;
y=zeros(length(t),number_of_tests);%γέμισμα πίνακα y με μηδενικά
                                   %(έχει 12 στήλες και γραμμές όσο
                                   %το μήκος του t
n=1;
while n<=number_of_tests,          %Επανάληψη 12 φορές
   [num,den]=zp2tf([],[-1+3*i-1-3*i-1-n],10*(n+1));%Εύρεση Σ.Μ. από
                                                    %πόλους,μηδενικά &
                                                    %κέρδος
   [y(1:length(t),n),x,tdumb]=step(num,den,t);      %Εύρεση βηματικής
                                                    %απόκρισης του
                                                    %συστήματος
   n=n+1;
end
mesh(t,1:12,y')%Γραφική απεικόνιση 12 αποκρίσεων στο
               %χρόνο, μια για κάθε Σ.Μ. που προέκυψε
view([-50 60]) %Θέτει την οριζόντια και κάθετη οπτική
               %γωνία απ'όπου βλέπουμε τη γραφική
```

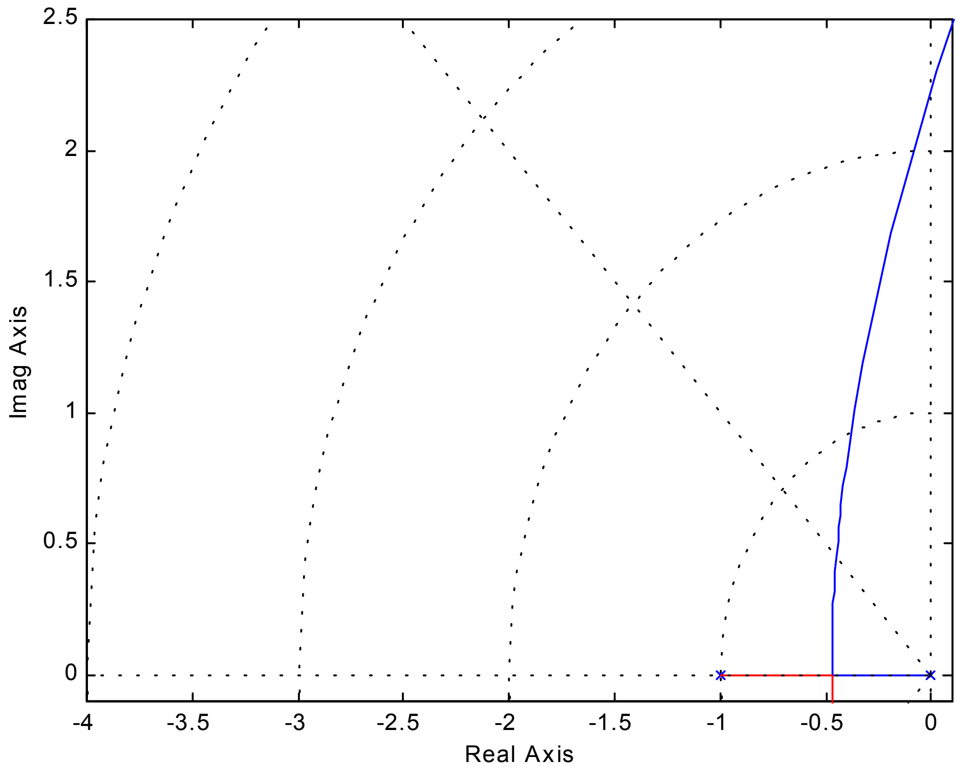


- **<u>Εξήγηση Προγράμματος</u>:**

Το πρόγραμμα αυτό υπολογίζει τους πόλους και τα μηδενικά για 12 Σ.Μ., όπου οι 2 πόλοι του είναι κοινοί αλλάζει όμως ο ένας πόλος και το κέρδος μεταξύ τους. Κατόπιν υπολογίζουμε τις βηματκές αποκρίσεις των Σ.Μ. και τις απεικονίζουμε σε ένα κοινό διάγραμμα.

(β)

```
num1=1;
den1=conv(conv([1 0],[1 1]),[0.2 1]);%Υπολογισμός γινομένου 3
                                     %πολυωνύμων
rlocus(num1,den1);                   %Σχεδίαση Διαγράμματος Γ.Τ.Ρ με
                                     %H(s)=1
v1=0.1; v2=2.5; h1=4; h2=0.1;
axis([-h1 h2 -v1 v2]);               %Όρια τιμών στους άξονες
damping=0.707;
wn=1:1:4;
sgrid(damping,wn)             %Σχεδίαση κύκλων με ακτίνες 1:4 και γραμμές
                              %με φ=45°,135° στο Δ.Τ.Ρ.
pause
```




```
[k,poles]=rlocfind(num1,den1) %Εύρεση κέρδους και πόλων σε επιλεγμένο
                              %σημείο του Δ.Τ.Ρ.
pause
```

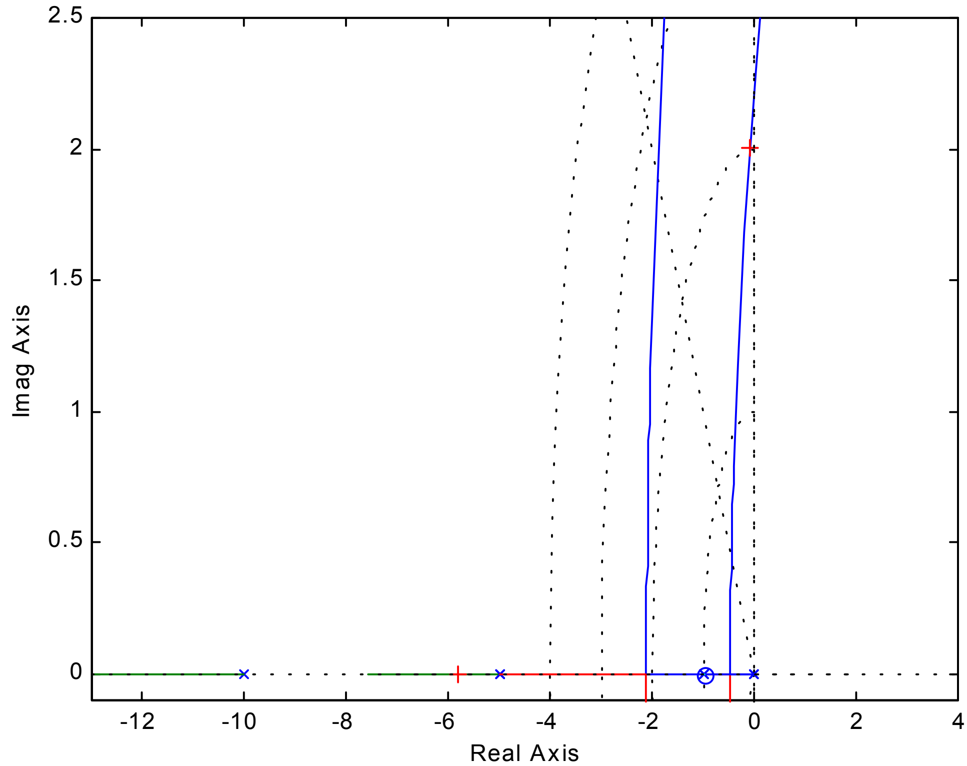
k =

4.6757

poles =

-5.8302
-0.0849+ 2.0007i
-0.0849- 2.0007i

```
[numcl,dencl]=cloop(0.41*num1,den1);%Εύρεση Σ.Μ. κλειστού βρόχου με
                                     %μοναδιαία ανατροφοδότηση και
                                     %K=0.41
roots(dencl)                         %Ρίζες Χ.Ε. Σ.Μ. κλειστού βρόχου
pause

ans =

  -5.0981
  -0.4509+ 0.4458i
  -0.4509- 0.4458i


hold on                          %Κρατά την προηγούμενη γραφική για να
                                 %σχεδιαστεί μαζί της και η νέα
num2=[1 1];                          %Μη μοναδιαία ανατροφοδότηση με:
den2=[0.1 1];                        %H(s)=(s+1)/(0.1S+1)
num=conv(num1,num2);                 %Εύρεση Σ.Μ. ανοιχτού
den=conv(den1,den2);                 %βρόχου G(s)H(s)
rlocus(num,den)                      %Δ.Τ.Ρ. της G(s)H(s) με H(s)<>1
hold off
```

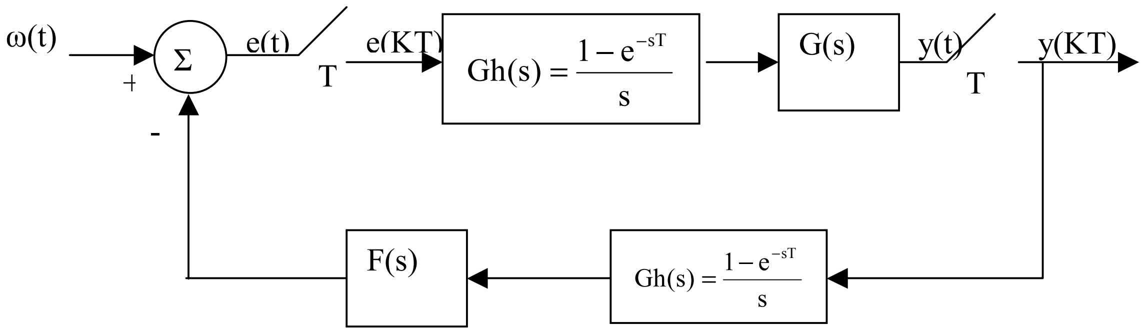


- **<u>Εξήγηση Προγράμματος</u>:**

Με το παραπάνω πρόγραμμα αναλύσαμε ένα σύστημα αυτομάτου ελέγχου(αναλογικό) με τη βοήθεια του Γ.Τ.Ρ.. Στην πρώτη περίπτωση είχαμε H(s)=1 ενώ στη δεύτερη H(s)=(s+1)/(0.1s+1). Επίσης βρίκαμε

3.
(α) <u>Άσκηση 9 Σελ.83 (ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ-ΠΑΡΑΣΚΕΥΟΠΟΥΛΟΣ)</u>

Δίνεται το παρακάτω κλειστό κύκλωμα:



Να βρεθούν οι αποκρίσεις y(t) &y(kT) όταν:

(α) $G(s)=\dfrac{K}{s^2}$, $F(s)=1\ \&\ \omega(t)=u(t)$

(β) $G(s)=\dfrac{K}{s(s+1)}$, $F(s)=K_p+\dfrac{K_i}{s}+K_d s\ \&\ \omega(t)=t$

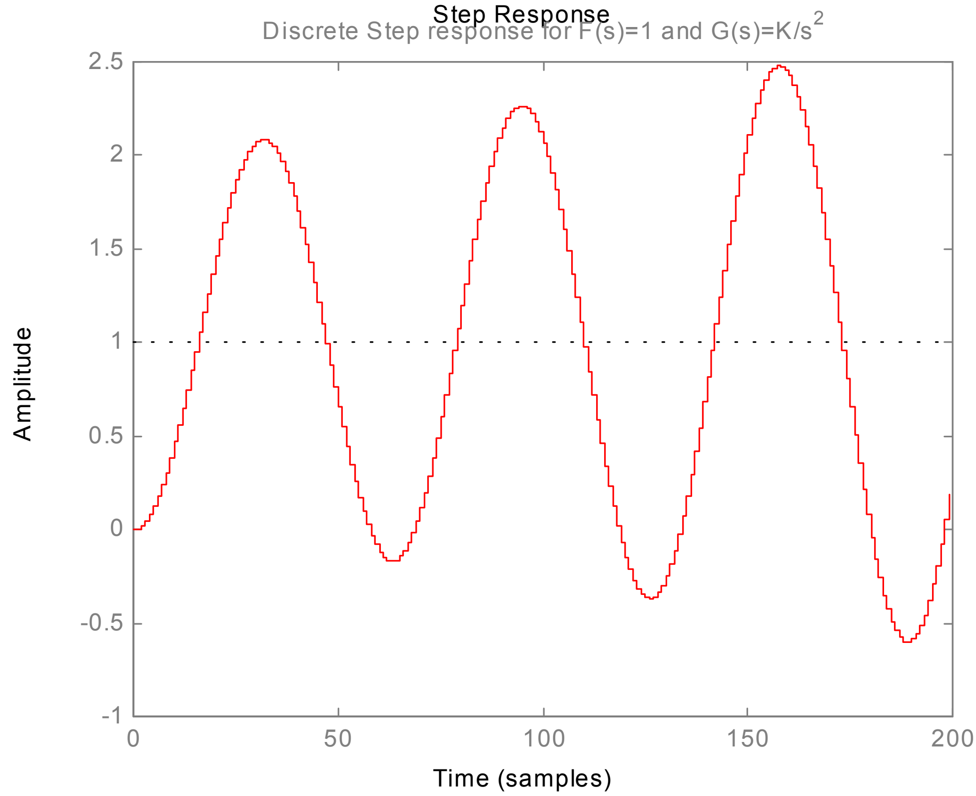
(α)
(i) y(kT)

```
K=1;
T=0.1;
numg=K;
deng=[1 0 0];
printsys(numg,deng)
pause

num/den =

    1
   ---
   s^2

[numgd,dengd]=c2dm(numg,deng,T,'zoh');
printsys(numgd,dengd,'z')
pause

num/den =

   0.005 z + 0.005
   ---------------
    z^2 - 2 z + 1
```

```
[numcl,dencl]=cloop(numgd,dengd);
printsys(numcl,dencl,'z')
pause
```

```
num/den =

      0.005 z + 0.005
   ---------------------
   z^2 - 1.995 z + 1.005
```

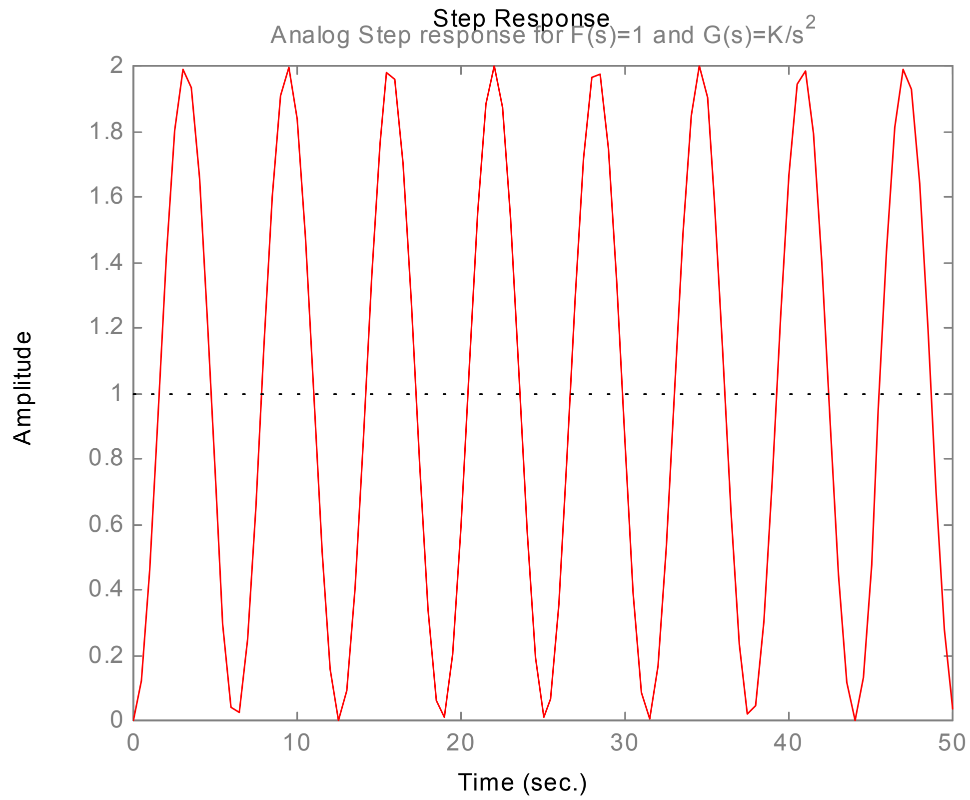
```
dstep(numcl,dencl,200);
title('Discrete Step response for F(s)=1 and
G(s)=K/s^2');
```



(ii) y(t)

Εδώ κλείνουμε τους διακόπτες και αφαιρούμε το κύκλωμα δειγματοληψίας zoh. Οπότε έχουμε:

```
K=1;
T=0.1;

numg=K;
deng=[1 0 0];
printsys(numg,deng)
pause
num/den =

     1
    ---
    s^2

[numaol,denaol]=cloop(numg,deng);
printsys(numaol,denaol)
pause
num/den =

       1
    -------
    s^2 + 1

step(numaol,denaol,50);
title('Analog Step response for F(s)=1 and G(s)=K/s^2');
```



(β)
(i)Y(kT)
Εδώ επειδή το Matlab δεν μπορεί να υπολογίσει το zoh της F(s) το υπολογίζουμε με το χέρι θεωρητικά:

$$F(s) = \frac{Kds^2 + Kps + Ki}{s}$$

ZOH:

$$F(z) = \frac{z-1}{z} Z\left[\frac{F(s)}{s}\right] = \frac{z-1}{z} Z\left[\frac{Kds^2 + Kps + Ki}{s^2}\right] = \frac{z-1}{z} Z\left[Kd + \frac{Kp}{s} + \frac{Ki}{s^2}\right] \Rightarrow$$

$$F(z) = \frac{z-1}{z}\left[Kd + Kp\frac{z}{z-1} + \frac{Tz}{(z-1)^2}\right] = \frac{(z-1)^2 Kd + Kp(z-1)z + zTKi}{z(z-1)} =$$

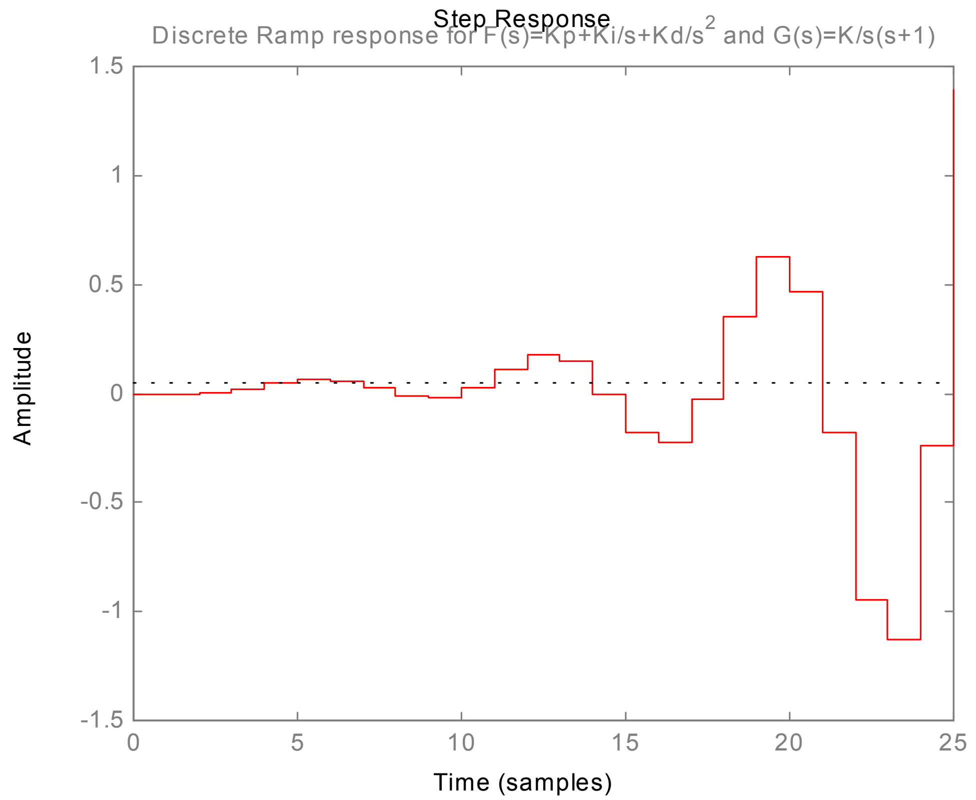
$$= \frac{z^2Kd - 2zKd + Kd + Kpz^2 - KpZ + ZTKi}{z^2 - z} \Rightarrow$$

$$F(z) = \frac{z^2(Kd + Kp) + z(KiT - 2Kd - Kp) + Kd}{z^2 - z}$$

Οπότε το πρόγραμμα μας έχει ως εξής:

```
K=1;
Kd=10;
Kp=100;
Ki=200;
T=0.1;

numg=K;
deng=[1 1 0];
printsys(numg,deng)
pause
num/den =

       1
   --------
   s^2 +  s

numf=[Kd Kp Ki];
denf=[0 1 0];
printsys(numf,denf)
pause
num/den =

   10 s^2 + 100 s + 200
   --------------------
            s
```

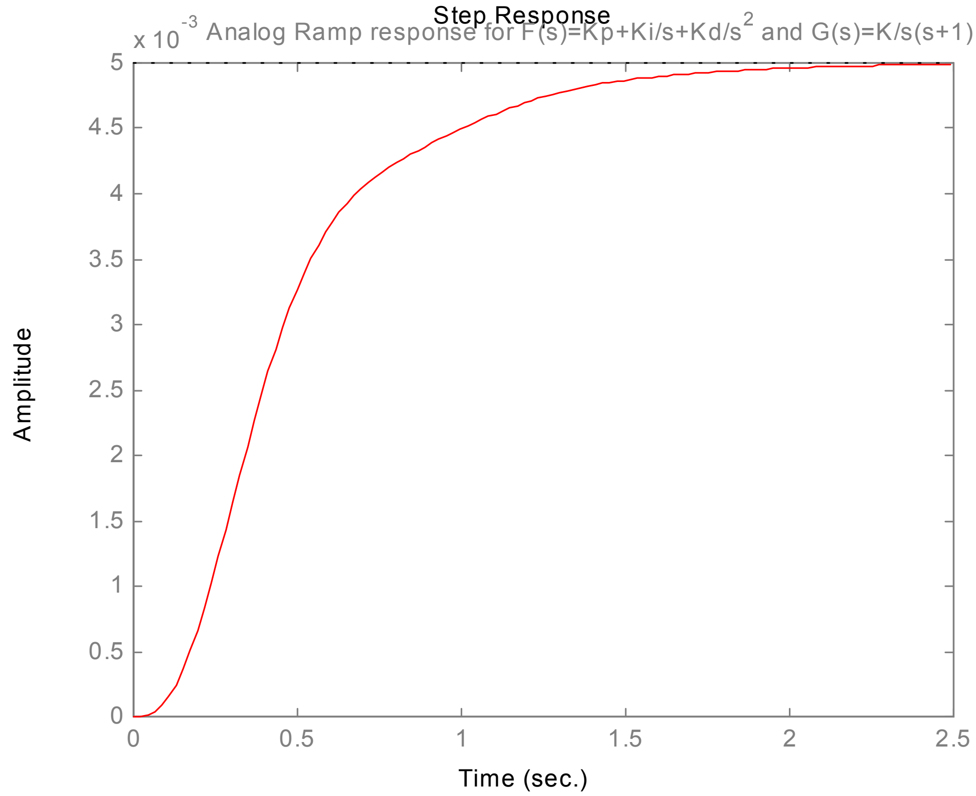
```
[numgd,dengd]=c2dm(numg,deng,0.1,'zoh');
printsys(numgd,dengd,'z')
pause
num/den =
     0.0048374 z + 0.0046788
   ------------------------
   z^2 - 1.9048 z + 0.90484

numfd=[(Kd+Kp) (Ki*T-2*Kd-Kp) Kd];
denfd=[1 -1 0];
printsys(numfd,denfd,'z')
pause
num/den =
    110 z^2 - 100 z + 10
   --------------------
         z^2 - 1 z
[numdol,dendol]=feedback(numgd,dengd,numfd,denfd);
printsys(numdol,dendol,'z')
pause
num/den =
        0.0048374 z^3 - 0.00015858 z^2 - 0.0046788 z
   ---------------------------------------------------
   z^4 - 2.3727 z^3 + 2.8406 z^2 - 1.3243 z + 0.046788
denr=[1 -1];
dendolr=conv(dendol,denr);
dstep(numdol,dendolr);
title('Discrete Ramp response for F(s)=Kp+Ki/s+Kd/s^2 and
G(s)=K/s(s+1)');
```



(ii) y(t)

Εδώ κλείνουμε τους διακόπτες και αφαιρούμε το κύκλωμα δειγματοληψίας zoh. Οπότε έχουμε:

```
K=1;
Kd=10;
Kp=100;
Ki=200;
numg=K;
deng=[1 1 0];
printsys(numg,deng);
pause
num/den =
        1
   --------
   s^2 +  s
numf=[Kd Kp Ki];
denf=[0 1 0];
printsys(numf,denf);
pause
num/den =
    10 s^2 + 100 s + 200
   --------------------
             s
[numaol,denaol]=feedback(numg,deng,numf,denf);
denr=[1 0];
denaolr=conv(denaol,denr);
step(numaol,denaolr);
title(' Analog Ramp response for F(s)=Kp+Ki/s+Kd/s^2 and G(s)=K/s(s+1)');
```



(β) <u>Άσκηση 4β Σελ.116 (ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ-ΠΑΡΑΣΚΕΥΟΠΟΥΛΟΣ)</u>

Έστω ότι ένα σύστημα περιγράφεται από τις εξισώσεις κατάστασης
x(k+1)=Ax(k)+Bu(k)
y(k)=Cx(k)
με πίνακες:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ -1 & -0.5 \end{bmatrix}, \quad \mathrm{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Να μελετηθεί το ελέγξιμο και παρατηρήσιμο του συστήματος.

Το πρόγραμμα σε MATLAB έχει ως εξής:

```
A=[0 0 1;1 1 0;-1 0 0.5];
B=[1 1;1 1;-1 -0.5];
C=[0 1 1;1 -1 1];

CL=rank(ctrb(A,B));
OB=rank(obsv(A,C));

if CL>=length(A)
   disp('The System Is Controllable');
else
   disp('The System Is Not Controllable');
end
pause
```

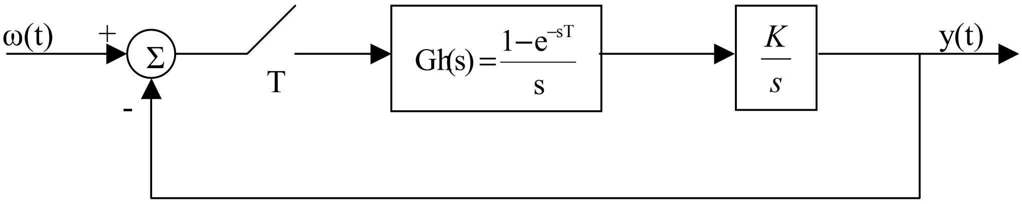
The System Is Controllable

```
if OB>=length(A)
   disp('The System Is Observable');
else
   disp('The System Is Not Observable');
end
```

The System Is Observable

(γ) Άσκηση 7 Σελ.160 (ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ-ΠΑΡΑΣΚΕΥΟΠΟΥΛΟΣ)

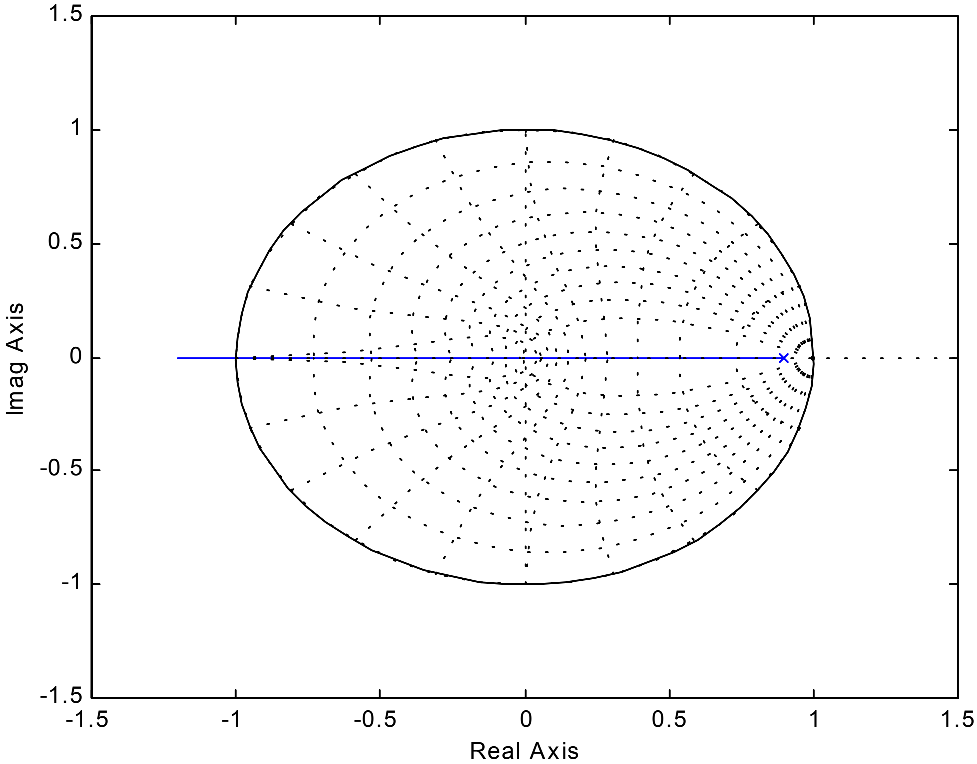
Έστω το κλειστό σύστημα του σχήματος με K>0 και T>0:



(α) Να σχεδιαστεί ο Γ.Τ.Ρ. του κλειστού συστήματος
(β) Έστω K=1. Για τιμές του T=1, 2, 3 και 4sec να προσδιοριστεί η ευστάθεια του κλειστού συστήματος. Να σχολιασθούν τα αποτελέσματα.

(α)

```
num=1;
den=[1 0];
printsys(num,den)
pause
num/den =

   1
   -
   s
[numd,dend]=c2dm(num,den,0.1,'zoh');
printsys(numd,dend,'z')
pause
num/den =

    0.1
   -----
   z - 1
[numcl,dencl]=cloop(numd,dend);
printsys(numcl,dencl)
pause
num/den =

     0.1
   -------
   s - 0.9
rlocus(numcl,dencl)
zgrid;
axis([-1.5 1.5 -1.5 1.5]);
```

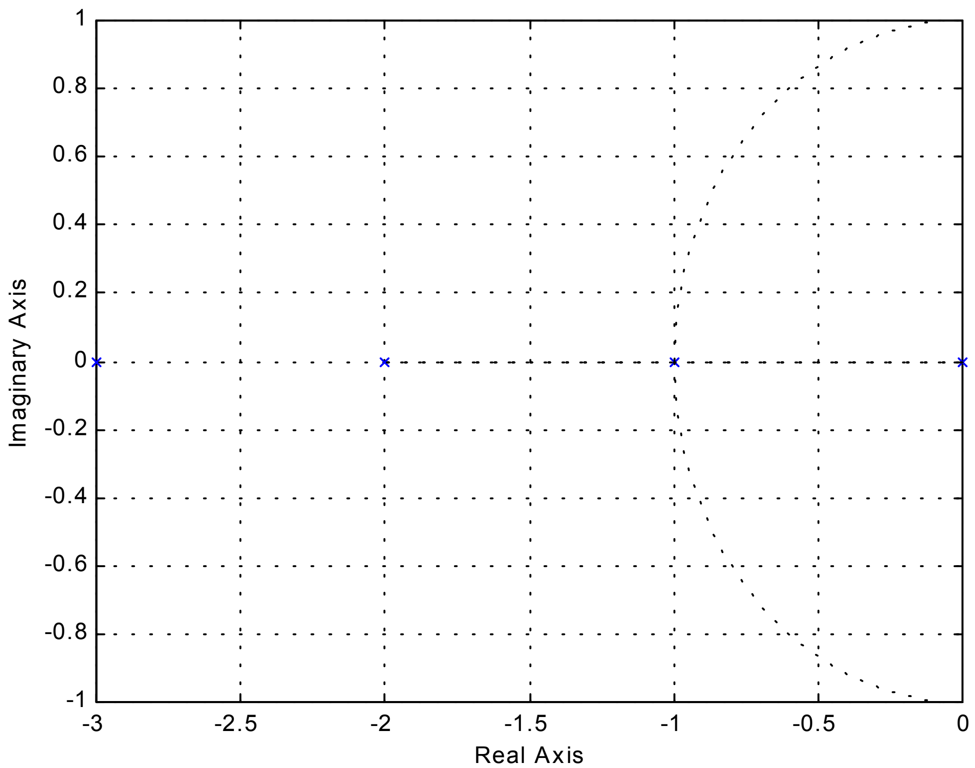


(β)

```
num=1;
den=[1 0];
printsys(num,den)
pause
num/den =

    1
    -
    s

T=[1:1:4];
for i=1:length(T)
    [numd,dend]=c2dm(num,den,T(i),'zoh');
    printsys(numd,dend,'z')
    [numcl,dencl]=cloop(numd,dend);
    printsys(numcl,dencl,'z')
```

```
num/den =

     1
   -----
   z - 1

num/den =

   1
   -
   z

num/den =

     2
   -----
   z - 1

num/den =

     2
   -----
   z + 1

num/den =

     3
   -----
   z - 1

num/den =

     3
   -----
   z + 2

num/den =

     4
   -----
   z - 1

num/den =

     4
   -----
   z + 3
```

```
    p1(:,i)=roots(dencl);
end

plot(real(p1),imag(p1),'x')
grid;
xlabel('Real Axis');
ylabel('Imaginary Axis');
damping=1;
Wn=1;
sgrid(damping,Wn);
```



Παρατηρούμε ότι για συχνότητα δειγματοληψίας **T=1sec** το σύστημα **είναι ευσταθές**.
Για **T=2 sec** το σύστημα παρουσιάζει **κρίσιμη ευστάθεια**
Για **T=3sec & T=4sec** το σύστημα είναι **ασταθές.**

Δηλαδή παρατηρούμε πως το σύστημα γίνεται πιο ασταθές όσο αυξάνεται η συχνότητα δειγματοληψίας.