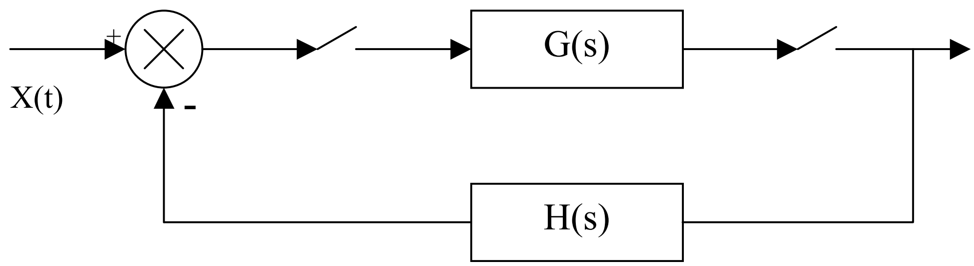
"ΜΕΛΕΤΗ ΑΠΛΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ"

13.1 *Ζητούμενο*



Θεωρούμε το παραπάνω ψηφιακό σύστημα αυτόματου ελέγχου με $G(s) = \dfrac{5(s+1)}{s^2(s+5)}$.

Επίσης, δίνεται οτι ισχύει η σχέση: $Y(z) = \dfrac{z(G(s)) \cdot z(X(s))}{1 + z(G(s)) \cdot z(H(s))}$.

Ζητάμε να μελετηθεί το σύστημα. Πιο συγκεκριμμένα, ζητάμε:

a) Να διακριτοποιηθεί η G(s) με τη μέθοδο z-transform of sampled inverse Laplace transform στο πεδίο του z για T=1sec, να βρεθούν οι πόλοι και τα μηδενικά της καθώς και ο αντίστροφος μετασχηματισμός z αυτής.
b) Να σχεδιαστεί η καμπύλη της χρονικής απόκρισης του κλειστού συστήματος θεωρώντας είσοδο της μορφής της μοναδιαίας βηματικής ακολουθίας και H(s)=1. Να προσδιοριστούν τα χαρακτηριστικά μεγέθη όπως μέγιστο σφάλμα, χρόνος ανόδου, χρόνος αποκατάστασης κλπ.
c) Να βρεθεί η συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού βρόχου με την εντολή Feedback και χωρίς αυτήν.
d) Να σχεδιαστεί η αναρριχιτική απόκριση του κλειστού συστήματος. Στο ίδιο διάγραμμα να σχεδιαστεί και η βηματική απόκριση. Να εκφραστούν συμπεράσματα ως προς τη συμπεριφορά του συστήματος στις δύο εισόδους.
e) Να σχεδιαστεί ο Γ.Τ.Ρ. της Χ.Ε. του συστήματος. Να βρεθούν τα s_b,k_{cr} και να δικαιολογηθεί η μορφή του τόπου που προέκυψε. Να υπολογιστούν οι τιμές του K για τις οποίες το σύστημα είναι ευσταθές.

f) Να σχεδιαστεί η απόκριση συχνότητας του συστήματος κλειστού βρόχου. Να χαρακτηριστεί το σύστημα ως προς την συχνότητα.
g) Να μελετηθεί το σύστημα ως προς την ελεγξιμότητα και την παρατηρησιμότητα.
h) Να μελετηθεί η ευστάθεια του συστήματος για K=1, K=5, K=10 και K=100

13.2 *Λύση*

Αρχικά εισάγουμε την συνάρτηση:

```
CC>enter
Option > 1
 1 = transfer function ..................... (command GENTER)
 2 = transfer function, z^-1 notation ...... (command ZENTER)
 3 = transfer function, shorthand notation . (command SENTER)
 4 = transfer function matrix .............. (command HENTER)
 5 = function of transfer functions ........ (command FENTER)
 6 = real matrix or state space quadruple .. (command PENTER)
 7 = complex matrix ........................ (command CENTER)
 8 = real or complex data file ............. (command DENTER)
 9 = time series, real vector data file .... (command INPUT)

Enter transfer function > g

Enter each polynomial as follows: order, coefficients high to low
For example, enter s^3 + 2*s^2 + 3*s + 4 as follows: 3,1,2,3,4

Enter # of polynomials in numerator > 1
Enter poly # 1  > 1,5,5
Enter # of polynomials in denominator > 2
Enter poly # 1  > 2,1,0,0
Enter poly # 2  > 1,1,5



        5s +5
G(s) = ----------
        s^2(s +5)
```

(a) Μετασχηματίζουμε σε G(z)

```
CC>convert
 Gj(z) = discretized version of Gi(s), (Gi can be either a tf or quadruple)
 Enter Gi,Gj > g,g2
 Enter discretization option > 7
  1=Forward rectangle
  2=Backward rectangle
  3=Bilinear
  4=Tustin w/ prewarping
  5=Any other integration technique
  6=Pole-zero map
  7=z-transform of sampled inverse Lapace transform
  8=Zero-order-hold equivalenc
  9=First-order-hold equivalenc
 10=Slewer-order-hold equivalenc
 11=Return with no changes

Enter sample time > 0.1
 Enter delay [ +number=delay, -number=advance, default = 0 ] > 0
 Now in digital mode

DIG>g2

        .4147755z(z -.9051368)
tf = --------------------------------
       (z -1)(z -1)(z -.6065307)
```

Βρίσκουμε τους πόλους και τα μηδενικά της G2(z):

```
DIG>pzf,g2

        .4147755 z(z-.9051368)
G2(z) = ------------------------
       (z-.6065307)(z-1)^2
```

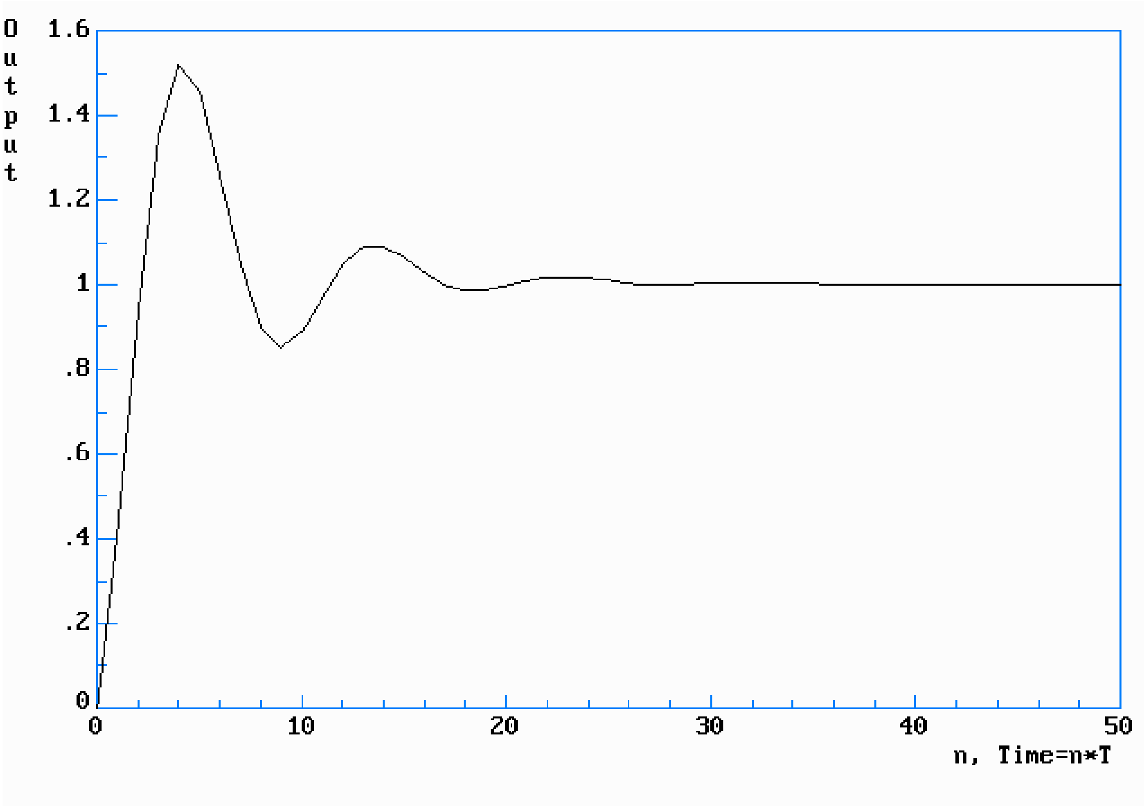
Άρα η G έχει πόλους στο 0.6065307 και διπλό πόλο στο 1. Εμφανίζει μηδενικά στο 0 και στο 0.9051368.

Ο αντίστροφος μετασχηματισμός υπολογίζεται με τον τρόπο που εικονίζεται παρακάτω.

```
DIG>izt,g2
 Inverse z transform (causal)

          | -.8*( .6065307)^n + ( .1n+ .8)  for n >= 0
G2(n)= |
          |  0  for n < 0
```

(b) Η βηματική απόκριση σχεδιάζεται με την χρήση της εντολής dtime

```
DIG>dtime
 Enter [tf; REDO; or tf,REDO] > g2
  tf = New transfer function
  REDO = Previous tf, previous parameters
  tf,REDO = New tf, previous parameters

Enter type > 1
  1=Closed loop step
  2=Closed loop single pulse
  3=Open loop step
  4=Open loop single pulse
  5=Open loop non-causal impulse

Automatic entry of remaining parameters ? [AUTO=yes, default=no] > y
```



Τα χαρακτηριστικά μεγέθη είναι:

- Μέγιστο σφάλμα: 0.51980
- Χρόνος ανόδου: time=T*n=3.52113*0.1-0.44014*0.1=0.3308099sec
- Χρόνος αποκατάστασης: time=n*T=2sec

(c) <u>Ά τρόπος: με την εντολή Feedback</u>

DIG>display,g2

```
             .4147755z(z -.9051368)
G2(z) = -------------------------------
             (z -.6065307)(z -1)(z -1)
```

DIG>ccf
 P = controllable canonical form of G
 Enter G,P > g2,p1
DIG>display,p1

```
P1:#outputs = 1  #inputs = 1  #states = 3
A
 1:      .              1              .
 2:      .              .              1
 3: 0.6065307     -2.2130613      2.6065307
B
 1:      .
 2:      .
 3:      1
C
 1:      .       -0.3754285      0.4147755
D=0

DIG>feedback
 Enter feedback option > 2
  1: Pj = inv(I+Pi)
  2: Pj = Pi*inv(I+Pi)
  3: Pk = Pi*inv(I+Pj*Pi)
  4: Pj = Pi with full state feedback F
  5: Pj = Pi with observer gain H
  6: Pj = Pi with 1st p outputs connected to 1st p inputs

2: Pj = Pi*inv(I+Pi)
 Enter Pi,Pj > p1,p2

DIG>display,p2

P2:#outputs = 1  #inputs = 1  #states = 3
A
 1:      .              1              .
 2:      .              .              1
 3: 0.6065307     -1.8376328      2.1917552
B
 1:      .
 2:      .
 3:      1
C
 1:      .       -0.3754285      0.4147755
```

D=0

```
DIG>fadeeva
 G = P, convert by Fadeeva's method
 where Input:  P = quadruple
       Output: G = transfer function or transfer function matrix
 Enter P,G > p2,g3
```

```
DIG>display,g3

                  .4147755z^2 -.3754285z
G3(z) = --------------------------------------------------
          z^3 -2.191755z^2 +1.837633z -.6065307
```

<u>΄Β τρόπος: χωρίς την εντολή Feedback</u>

```
DIG>g4=g2/(1+g2)

DIG>display,g4

                  .4147755z(z -.9051368)
G4(z) = -------------------------------------------------
          z^3 -2.191755z^2 +1.837633z -.6065307



DIG>single,g4

                .4147755z^2 -.3754285z
G4(z) = --------------------------------------------------
          z^3 -2.191755z^2 +1.837633z -.6065307
```

Παρατηρούμε οτι και με τις δύο μεθόδους καταλήγουμε στο ίδιο αποτέλεσμα.

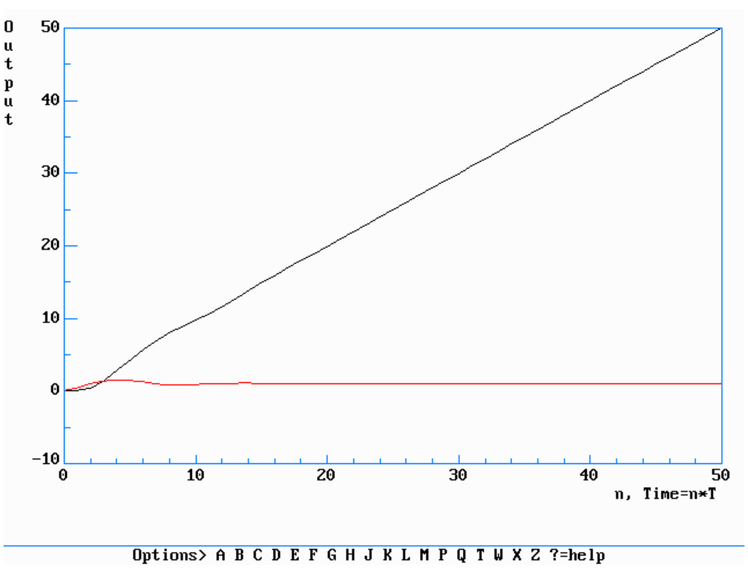
(d) Η μετασχηματισμός z της αναριχιτικής συνάρτησης είναι: $X(z)=\frac{z}{(z-1)^2}$, ενώ της βηματικής είναι: $X(z)=\frac{z}{z-1}$.

Συνεπώς, η απόκριση σε κάθε μία από τις δύο εισόδους θα δίνεται από τον τύπο $Y_1(z)=G_4(z)\cdot\frac{z}{(z-1)^2}$ και $Y_2(z)=G_4(z)\cdot\frac{z}{z-1}$ αντίστοιχα.

DIG>y1=g4*z/(z-1)^2
DIG>y2=g4*z/(z-1)
DIG>dtime
Enter [tf; REDO; or tf,REDO] > y1
tf = New transfer function
REDO = Previous tf, previous parameters
tf,REDO = New tf, previous parameters

Enter type > 4
1=Closed loop step
2=Closed loop single pulse
3=Open loop step
4=Open loop single pulse
5=Open loop non-causal impulse

Automatic entry of remaining parameters ? [AUTO=yes, default=no] > y



Ο σχεδιασμός της βηματικής απόκρισης έγινε με την χρήση της επιλογής (option) A δίνοντας εκεί που ζητήθηκε η παράμετρος 3 και η συνάρτηση y2.

Παρατηρούμε οτι στην αναρριχιτική είσοδο το σύστημα παρουσιάζει μια μικρή καθυστέρηση και στη συνέχεια ακολουθεί την συνάρτηση εισόδου. Στην βηματική είσοδο, η απόκριση του συστήματος εμφανίζει αρχικά μια μικρή υπερύψωση και σταθεροποιείται στην τιμή 1. Αν αλλάξουμε όρια στον Y άξονα θα παρατηρήσουμε οτι η αρχική υπερύψωση δεν είναι τίποτα άλλο παρά η ταλάντωση που εμφανίζει κάθε σύστημα μέχρι να σταθεροποιηθεί σε μια μόνιμη κατάσταση. Η μέγιστη υπερύψωση έχει τιμή 1.51330, ο χρόνος ανόδου είναι 0.28sec και ο χρόνος αποκατάστασης είναι 1.3sec.

(e)

DIG>root locus

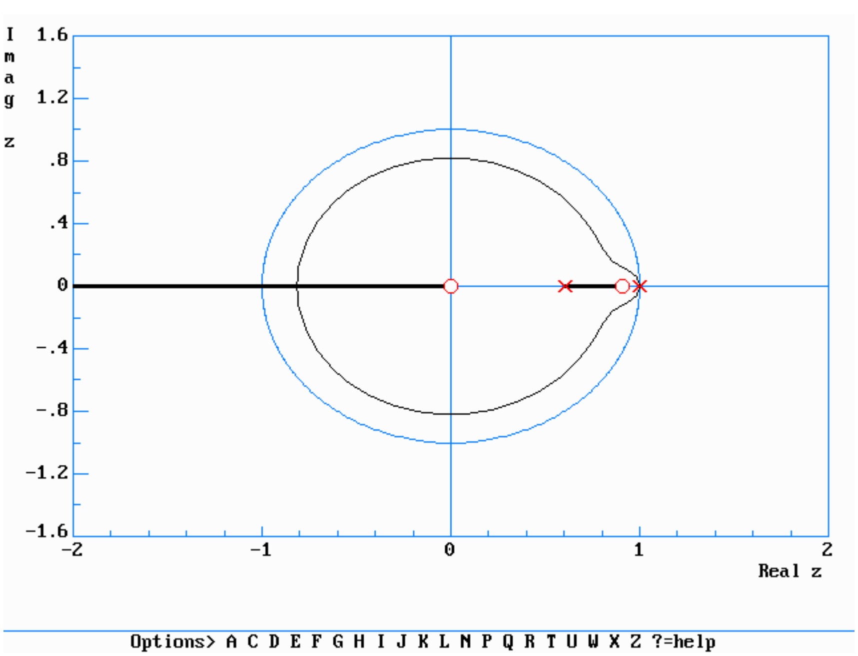
Enter [tf; REDO; or tf,REDO] > g2

tf = New transfer function

REDO = Previous tf, previous parameters

tf,REDO = New tf, previous parameters

Automatic entry of remaining parameters? [AUTO=yes, default=no] > y



Με το πάτημα του πλήκτρου I (info) εμφανίζονται στην οθόνη πληροφορίες για τον τόπο των ριζών.

```
Open loop poles, Angle of departure         Open loop zeros, Angle of arrival
 .6065307                      0             0                          180
 1                          -180             .9051368                   180
 1                          -180

Center of gravity =  1.701394               Breakpoints, Gain
# Asymptotic infinite patterns =  1         -.8190044 , 8.053288
Angles :-180                                 1 ,-5.64325E-15
```

Άρα έχουμε s_{b1}=-.8190044 και s_{b2}=8.053288. Το k_{cr} έχει τιμή k_{cr}=8.132232.

(f)
DIG>dfrequency
 Enter system > g4
 Enter wlow, #pts, #repeats > 0.01,100,100
  wlow = low freq
  #pts = # points from wlow to pi/T
  #repeats = # repeats of fundamental freq range, high freq = #repeats*pi/T

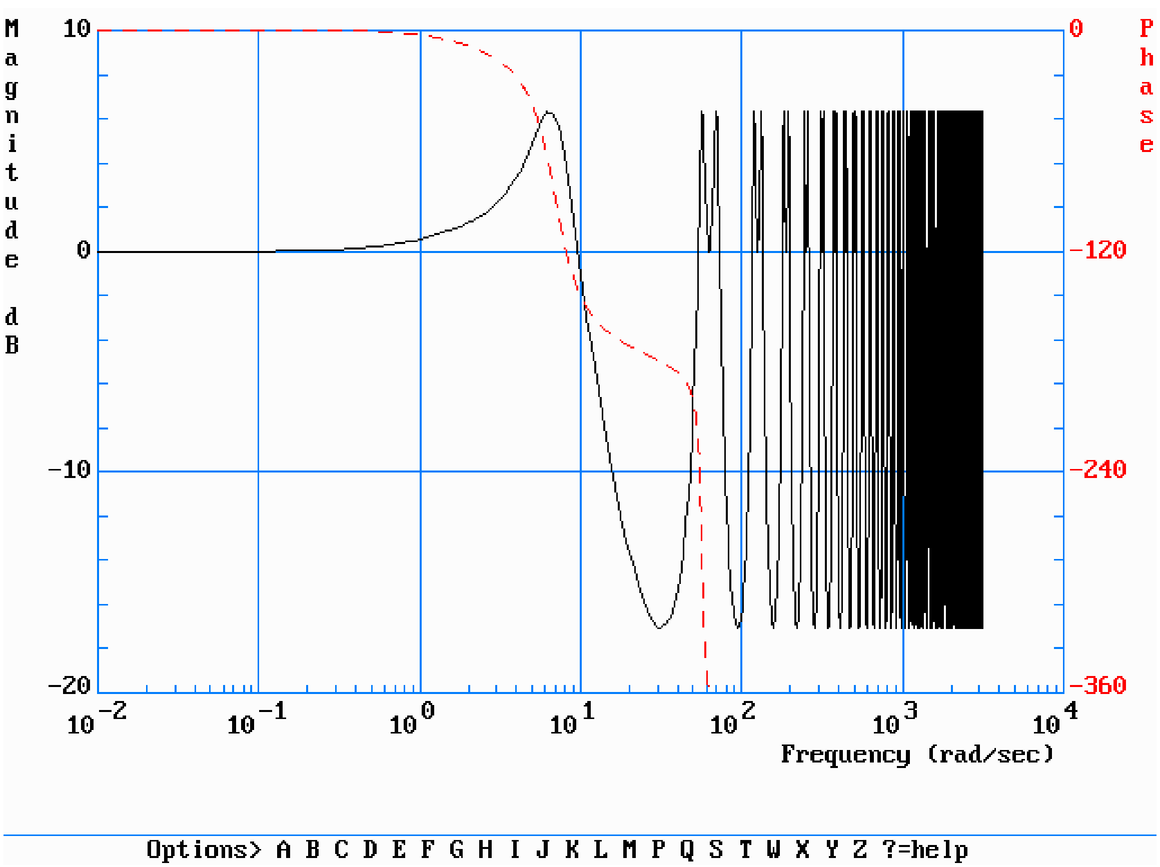
Enter option (default=0) > 0
  0 = log10 scale, rad/sec
  1 = linear scale, rad/sec
  2 = log10 scale, Hz
  3 = linear scale, Hz

Enter output file (default=FREQ) >
 FREQ data file created

DIG>bode
 Enter [#; REDO; or tf,REDO] > 3
  1   = Mag(G)

2   = Phase(G)
3   = Mag(G) and Phase(G)
REDO   = Previous transfer function, previous parameters
tf,REDO = New transfer function, previous parameters

Automatic entry of remaining parameters ? [AUTO=yes, default=no] > y



(g)
DIG>conmatrix
 P = controllability matrix for state space quadruple Pi(A,B;C,D)
 where P = [B A*B ... A^(n-1)*B]
 Enter Pi,P > p2,q1
DIG>q1
 #rows = 3 #columns = 3

1:	.	.	1
2:	.	1	2.1917552
3:	1	2.1917552	2.9661580

```
DIG>controllability
 Determine controllability and observability of state space quadruple
 Enter quadruple > p2
 Enter range of random gains [+-range, default is +-1] >
 Enter pole movement threshold [default=10^-6] >

Eigenvalues of A are compared with those of A+BF and A+HC.
F & H have random elements uniformly distributed in the range +- 1
An eig. of A is considered un-cont. if no eig.s of A+BF are within .000001
An eig. of A is considered un-obs.  if no eig.s of A+HC are within .000001
Multiple eig.s of A maybe un-cont. or un-obs. if at least 1 of them is.

                                                Controllable?   Observable?
Evalues of A:  .8968301                              yes            yes
               .6474625 +j .5070476                  yes            yes
               .6474625 -j .5070476                  yes            yes
```

Αλλιώς:

```
DIG>observability
 Determine controllability and observability of state space quadruple
 Enter quadruple > p2
 Enter range of random gains [+-range, default is +-1] >
 Enter pole movement threshold [default=10^-6] >

Eigenvalues of A are compared with those of A+BF and A+HC.
F & H have random elements uniformly distributed in the range +- 1
An eig. of A is considered un-cont. if no eig.s of A+BF are within .000001
An eig. of A is considered un-obs.  if no eig.s of A+HC are within .000001
Multiple eig.s of A maybe un-cont. or un-obs. if at least 1 of them is.

                                                Controllable?   Observable?
Evalues of A:  .8968301                              yes            yes
```

.6474625 +j .5070476	yes	yes
.6474625 -j .5070476	yes	yes

Παρατηρούμε οτι τα αποτελέσματα και στις δυο περιπτώσεις είναι ίδια.

(h)Η μελέτη της ευστάθειας θα γίνει με την βοήθεια της εντολής stability.

- <u>K=1</u>

```
DIG>stability
 Enter transfer function > g2
 Closed loop characteristic polynomial:

 p(z) = z^3 -2.191755z^2 +1.837633z -.6065307

z=8.968300919788740D-01                                   |p(z)|=1.190D-16
z=6.474625540105630D-01(+-)j5.070475999680691D-01 |p(z)|=1.517D-16

 The digital closed loop system is  STABLE
```

- <u>K=5</u>

```
DIG>g5=5*g2
DIG>stability
 Enter transfer function > g5
 Closed loop characteristic polynomial:

 p(z) = z^3 -.5326532z^2 +.3359185z -.6065307

z=9.036654123160421D-01                                   |p(z)|=8.094D-17
z=-1.855061061580211D-01(+-)j7.979830477227898D-01|p(z)|=6.996D-17

 The digital closed loop system is  STABLE
```

- K=10

```
DIG>g10=10*g2
DIG>stability
 Enter transfer function > g10
 Closed loop characteristic polynomial:

 p(z) = z^3 +1.541224z^2 -1.541224z -.6065307

 z = -3.147168214710560D-01          |p(z)| =  6.229D-17
 z =  9.044112342257136D-01          |p(z)| =  3.244D-16
 z = -2.130918712754658D+00          |p(z)| =  8.448D-16

 The digital closed loop system is  UNSTABLE
```

- K=100

```
DIG>g100=100*g2
DIG>stability
 Enter transfer function > g100
 Closed loop characteristic polynomial:

 p(z) = z^3 +38.87102z^2 -35.3298z -.6065307

 z = -1.685524230386326D-02          |p(z)| =  3.160D-17
 z =  9.050651274199595D-01          |p(z)| =  4.548D-14
 z = -3.975922918511610D+01          |p(z)| =  1.937D-13

 The digital closed loop system is  UNSTABLE
```

Δηλαδή, για K=1 και K=5 το σύστημα είναι ευσταθές, ενώ για K=10 και K=100 το σύστημα είναι ασταθές.